ENSAIOS COM PARCELAS SUBDIVIDIDAS EM BLOCOS INCOMPLETOS BALANCEADOS - RESULTADOS BÁSICOS

Antonio Francisco Iemma[1]
Humberto de Campos[1]

INTRODUÇÃO

Os ensaios em parcelas subdivididas delineados em blocos (completos) casualizados, têm sido de fundamental importância para a pesquisa agropecuária. No entanto, se por um lado os blocos completos são desejáveis, por outro eles podem apresentar o inconveniente de fugir ao controle do experimentador, quando num ensaio com parcelas subdivididas o número de tratamentos secundários for relativamente grande. Ademais, existem situações de caráter restritivo à formação dos blocos completos, como aquela descrita em PIMENTEL GOMES (1976), que retrata um experimento com suinos, no qual se deseja testar um grande número de tratamentos e se quer manter, como tradicionalmente, leitegadas como blocos. Com o objetivo de ampliar o uso desses ensaios, tornando-os mais abrangentes, efetuou-se um estudo para os casos delineados em

---

[1] Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", USP, Piracicaba.

blocos incompletos balanceados. Neste artigo apresenta-se uma síntese dos resultados mais aplicáveis à área de Agricultura, obtidos em IEMMA (1981).

DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Para o desenvolvimento da metodologia supôs-se um ensaio em parcelas subdivididas, no qual os $\underline{v}$ tratamentos principais estivessem dispostos em $\underline{a}$ blocos incompletos balanceados. Considerou-se, também, que o experimento envolvesse: $\underline{r}$ repetições, $\underline{k}$ tratamentos principais por bloco, $\underline{u}$ tratamentos secundários e que cada par de tratamentos principais ocorresse em $\underline{\lambda}$ dos $\underline{a}$ blocos.

Tomou-se como modelo matemático, o modelo linear

$$Y_{ijs} = m + t_i + b_j + e_{k(ij)} + t_s^* + (tt^*)_{is} + e_{ijs},$$

onde para $i = 1,2,\ldots,v$; $j=1,2,\ldots,a$; $s=1,2,\ldots,u$; Y_{ijs} é o valor observado na subparcela que recebeu o s-sésimo tratamento secundário, dentro do i-ésimo tratamento principal, no j-ésimo bloco; $\underline{m}$ é o efeito da média geral; t_i é o efeito do i-ésimo tratamento principal; b_j é o efeito do j-ésimo bloco; $e_{k(ij)}$ é o erro atribuído à k-ésima parcela do j-ésimo bloco, que recebeu o i-ésimo tratamento principal; t_s^* é o efeito do s-ésimo tratamento secundário; $(tt^*)_{is}$ é o efeito da interação entre o i-ésimo tratamento principal e o s-ésimo tratamento secundário; e_{ijs} é o erro atribuído à observação Y_{ijs}.

Considerou-se, também, como em CHAKRABARTI (1962), e PIMENTEL GOMES (1976), dentre outros, que

$$\sum_{i=1}^{v} t_i = \sum_{j=1}^{a} b_j = \sum_{s=1}^{u} t_s = \sum_{i=1}^{v} (tt^*)_{is} = \sum_{s=1}^{u} (tt^*)_{is} = 0$$

Ademais, considerou-se como em CHAKRABARTI (1962), GILL (1978) e LEAL (1979), a existência de uma correlação constante, ρ, entre subparcelas de uma mesma parcela e a independência entre subparcelas de parcelas distintas, resultando:

$$COV(y_{ijs};\ y_{i'j's'}) = \begin{cases} \sigma^2; & \text{se } i=j',\ j=j' \text{ e } s=s' \\ \rho\sigma^2; & \text{se } i=i',\ j=j' \text{ e } s\neq s' \\ 0; & \text{em outros casos.} \end{cases}$$

No desenvolvimento do modelo linear citado, em sua forma matricial $\underline{Y} = X\theta + \varepsilon$, obteve-se o sistema de equações normais $X'X\hat{\theta} = X'Y$, onde

$X = [X_1 \mid X_2 \mid X_3 \mid X_4 \mid X_5]$ é a matriz dos coeficientes dos parâmetros, partida segundo PIMENTEL GOMES (1967), no vetor X_1 que envolve a média geral e nas matrizes X_2, X_3, X_4 e X_5, dos coeficientes associados respectivamente aos tratamentos principais, aos blocos, aos tratamentos secundários e às interações tratamentos principais x tratamentos secundários;

θ é o vetor das soluções de mínimos quadrados, partido, segundo a matriz X, em $\hat{\theta}' = [\hat{m} \mid \hat{\tau}' \mid \beta' \mid \hat{\tau}^{*\prime} \mid \delta']$;

$X'Y$ é o vetor referente aos totais observados, também partido segundo a partição de X em $X'Y = [Y'X_1 \mid Y'X_2 \mid Y'X_3 \mid Y'X_4 \mid Y'X_5] = [G' \mid T' \mid B' \mid T^{*\prime} \mid \Delta']$.

Fazendo-se, então, no produto $X'X$: $X_1'X_1 = n$, $X_1'X_2 = x$, $X'X = y, \ldots, X_5'X_5 = L$, obteve-se o sistema de equações normais:

$$\begin{aligned}
n\,\hat{m} + x\,\hat{\tau} + y\,\hat{\beta} + z\,\hat{\tau}^* + w\hat{\delta} &= G && (1.1)\\
x'\hat{m} + R\,\hat{\tau} + N\,\hat{\beta} + P\,\hat{\tau}^* + S\hat{\delta} &= T && (1.2)\\
y'\hat{m} + N'\hat{\tau} + A\,\hat{\beta} + K\,\hat{\tau}^* + V\hat{\delta} &= B && (1.3)\\
z'\hat{m} + P'\hat{\tau} + K'\hat{\beta} + U\,\hat{\tau}^* + H\hat{\delta} &= T^* && (1.4)\\
w'\hat{m} + S'\hat{\tau} + V'\hat{\beta} + H'\hat{\tau}^* + L\hat{\delta} &= \Delta && (1.5)
\end{aligned} \qquad (1)$$

Assim, através de (1) e das restrições citadas, foram obtidos:

de (1.1), $\hat{m} = G/urv$ (α.1)

de (1.2) e (1.3), $\hat{\tau} = M^{-1}Q$, onde

$$M^{-1} = (K/\lambda uv)\ I_{(v)} \text{ e } Q = T - NA^{-1}B$$

$$\therefore\ \hat{t}_i = (K/\lambda uv)\ [T_i - (1/K)\ J_i] \quad (\alpha.2)$$

e J_i é a soma dos totais dos blocos que contêm o i-ésimo tratamento principal.

de (1.4), $\hat{\tau}^* = U^{-1}(T^* - z'\hat{m}) \therefore \hat{t}_s^* = (1/rv)\ T^* - \hat{m}$ (α.3)

e, de (1.5), através da substituição de (α.1), (α.2) e (α.3), resultou:

$$\hat{\delta}_{is} = (1/r)\ TT_{is}^* - \hat{m} - \hat{t}_i - \hat{t}_s^*$$

Então, como observado, o efeito estimado de tratamento principal ajustado para efeito de blocos resultou, a menos da constante u, igual àquele obtido por CHAKRABARTI (1962) e PIMENTEL GOMES (1967), dentre outros, para ensaios em blocos incompletos balanceados. De modo análogo, os efeitos estimados para tratamentos secundários e para a interação foram iguais aos seus correspondentes nos ensaios com parcelas subdivididas em blocos (completos) casualizados. Este fato foi ressaltado no efeito da interação, onde aparece o parâmetro estimado $\hat{t}_i$, que aqui representa o efeito de tratamento principal sem o ajuste para efeito de blocos: $\hat{t}_i = (1/ur)\ T_i - \hat{m}$.

No tocante à análise de variância, foram consideradas as três hipóteses básicas dos ensaios em parcelas subdivididas: $H_o(1)$: $t_i = 0, \forall i$; $H_o(2)$; $t_s^* = 0$, $\forall s$ e $H_o(3)$: $\delta_{is} = 0$, $\forall i,s$. Ademais, considerou-se como em PIMENTEL GOMES (1976) a inclusão das hipóteses adicionais $H_o(2.i)$: $t^*/t_i = 0$, $\forall i$, para os casos em que $H_o(3)$ resulta significativa.

Então, da determinação das esperanças matemáticas dos efeitos fixos e dos componentes de variância dos efeitos aleatórios, resultou o quadro I, conforme IEMMA (1981):

QUADRO I - Quadro de análise de variância para as três hipóteses básicas

Causas da Variação	G.L.	S.Q.	Esperanças dos Quadrados Médios(*)
Blocos	$a-1$	$B'A^{-1}-C_o$	$[1+(u-1)\rho]\sigma^2+f_1(\theta)$
Trat.(aj.):t	$v-1$	${}^{t}Q$	$[1+(u-1)\rho]\sigma^2+f_2(\theta)$
Resíduo(a)	$rv-v-a+1$	diferença	$[1+(u-1)\rho]\ {}^{2}$
Parcelas	$rv-1$	$(1/u)\ Y'\Phi Y-C_o$	
Trat.: t*	$u-1$	$T\ 'U^{-1}T\ -C_o$	$(1-\rho)\sigma^2+f_3(\theta)$
t x t*	$(u-1)(v-1)$	$\Delta'L^{-1}\Delta-C_o$-SQt(us.)-SQt	$(1-\rho)\sigma^2+f_4(\theta)$
Resíduo(b)	$v(u-1)(r-1)$	diferença	$(1-\rho)\sigma^2$
Total	$urv-1$	$Y'Y-C_o$	

(*) f_1, (θ), ..., $f_4(\theta)$ são funções não negativas dos parâmetros;

C_o = correção (usual);

Φ é uma matriz bloco-diagonal de submatrizes ${}_{(u)}E_{(u)}$.

Ficaram, então, bem determinados os critérios para os respectivos testes, segundo as estimativas imparciais obtidas em IEMMA (1981), conforme consta do quadro II.

De modo análogo, os critérios para os testes das hipóteses adicionais, dada a significância de $H_o(3)$, resultaram como no quadro III.

QUADRO II - Critérios para os testes das hipóteses básicas

Hipóteses	G.L.	F (observado)
$H_o(1)$	$(v-1);(rv-v-a+1)$	$[QMt(aj)]:[(QMRes(a)]$
$H_o(2)$	$(u-1);\ v(u-1)(r-1)$	$[QMt^*]:[QMRes(b)]$
$H_o(3)$	$(u-1)(v-1);\ v(u-1)(r-1)$	$[QM\delta]:[QMRes(b)]$

QUADRO III - Critérios para os testes das hipóteses adicionais

Hipóteses	G.L.	F (observado)
$H_o(2.1)$	$(1);[v(u-1)(r-1)]$	$[QMt^*_s/t_1]:[QMRes(b)]$
...	...	...
$H_o(2.v)$	$(1);[v(u-1)(r-1)]$	$[QMt^*_s/t_v]:[QMRes(b)]$

onde: $SQt^*/t_i = (1/r)\left[\sum_{s=1}^{u} y^2_{i.s} - (1/u)\ (\sum_{s=1}^{u} y_{i.s})^2\right].$

No tocante às comparações múltiplas, adotou-se o critério de Tukey, associado às variâncias dos contrastes básicos obtidos no desenvolvimento das matrizes de dispersão, segundo IEMMA (1981), obtendo-se, para os contrastes $\hat{m}_i - \hat{m}_{i'}$; $\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}$; $\hat{m}_{is} - \hat{m}_{is'}$ e $\hat{m}_{is} - \hat{m}_{i's}$, as seguintes diferenças mínimas significativas:

$$q\sqrt{(K/\lambda uv)\ QMRes(a)} \quad ; \quad q\sqrt{(1/rv)\ QMRes(b)}\ ;$$
$$q\sqrt{(1/r)(1-1/v)QMRes(b)} \quad e \quad q\sqrt{(1/r)(1-1/u)QMRes(b)},$$

respectivamente.

Notou-se, então, que com exceção do contraste entre efeitos estimados de tratamentos principais dentro do s-ésimo tratamento secundário, os demais resultados são, a menos de constantes inerentes ao esquema incompleto, praticamente os mesmos encontrados na literatura dos ensaios com parcelas subdivididas em blocos (completos) casualizados. Para o contraste citado houve discordância no sentido de que a grande maioria dos autores apresenta, como PIMENTEL GOMES (1976), para os delineamentos completos, uma combinação linear entre os resíduos (a) e (b), para solução da D.M.S.

CONCLUSÕES

Face aos resultados teoricamente obtidos conclui-se que para matrizes de covariâncias uniformes:

i) o modelo linear tradicionalmente usado para experimentos com parcelas subdivididas em blocos (completos) casualizados foi adotado sem desvantagens aparentes, para o delineamento proposto neste estudo.

ii) o sistema de equações normais, obtido do método de mínimos quadrados, apresentou solução análoga àquela encontrada nos ensaios em blocos incompletos balanceados, no tocante aos efeitos nos ensaios de tratamentos principais ajustados para efeitos de blocos. Apresentou soluções idênticas àquelas obtidas nos ensaios em parcelas subdivididas delineados em blocos (completos) casualizados, com respeito aos efeitos de tratamentos secundários e aos efeitos da interação tratamento principal x tratamento secundário.

iii) a análise de variância, assim como nos delineamentos completos, apresentou duas "partes" distintas e independentes: a primeira envolvendo tratamentos principais e blocos, que seguiu as normas dos ensaios em BIB e a segunda envolvendo tratamentos secundários e a interação, que seguiu as normas dos ensaios em "split - plot" delineados em blocos casualizados.

iv) o uso do critério de Tukey, para as comparações múltiplas, permitiu concluir pela coerência com os resultados anteriores: a regra encontrada para comparações entre tratamentos principais foi obtida segundo os delineamentos em blocos incompletos balanceados, enquanto que as demais foram obtidas como nos ensaios em "split plot" em blocos casualizados.

RESUMO

Neste estudo analisou-se o comportamento dos experimentos em parcelas subdivididas com tratamentos principais dispostos em blocos incompletos balanceados. Adotou-se o modelo linear consagrado para os delineamentos completos e supôs-se a existência de correlação constante entre subparcelas de mesma parcela. A menos de constantes inerentes ao esquema incompleto, duas situações ficaram bem caracterizadas: os resultados obtidos para tratamentos principais e blocos foram semelhantes àqueles obtidos nos ensaios em BIB; enquanto que os demais resultados foram semelhantes àqueles obtidos em parcelas subdivididas em blocos (completos) casualizados.

SUMMARY

SPLIT-PLOT EXPERIMENTS ON BALANCED INCOMPLETE BLOCKS - BASIC RESULTS

In this paper, the conduct of the split-plot design with main treatments disposed in balanced incomplete blocks was analysed. The classical mathematical model for randomized blocks was used. Moreover, the presence of a

constant correlation among subplots of same plot was considered. Except for constants inherent to the model, two conclusions were obtained: a) the results of main treatments and blocks, obtained in this study, were analogous to those found in the literatura on balanced incomplete block design; b) other results were analogous to those corresponding to the split-plot randomized block designs.

LITERATURA CITADA

CHAKRABARTI, M.C., 1962. **Mathematics of design and analysis of experiments**, 1a. ed., Asia Publishing House, Lima, 643p.

GILL, L.G., 1978. **Design and analisys of experiments in the animal and medical science**, 1a. ed., The Iowa State University Press, Ames, 882pp.

IEMMA, A.F., 1981. **Análise de experimentos em parcelas subdivididas com tratamentos principais dispostos em blocos incompletos balanceados**, ESALQ/USP, Piracicaba, 145pp. (tese de doutoramento).

LEAL, M.L.S., 1979. **Análise de dados experimentais com medidas repetidas**, Universidade Federal de Brasília, Brasília, 99pp. (dissertação de mestrado).

PIMENTEL GOMES, F., 1967. The solution of normal equations of experiments in incomplete blocks. **Ciência e Cultura** 20: 733-746.

PIMENTEL GOMES, F., 1976. **Curso de Estatística Experimental**, 6a. ed., Nobel, Piracicaba, 430pp.