DELINEAMENTO (1/8) (4^4) EM BLOCOS DE 16 UNIDADES

Armando Conagin[1]
Luís Alberto Ambrósio[2]

RESUMO

Os delineamentos com esquemas fatoriais completos ou fracionados são usados amplamente em experimentos das várias áreas das ciências. O uso de três ou mais níveis nos fatoriais é comum na pesquisa agronômica, principalmente em estudos de adubação. Este trabalho apresenta 16 tipos de fatoriais fracionados (1/8)(4x4x4x4) com 32 tratamentos, em blocos de dezesseis unidades, permitindo balanceamento de cada nível de cada fator com os níveis dos demais fatores dentro de cada bloco. Apesar da existência de covariância entre os fatores, os coeficientes do modelo são estimados de forma apropriada, com precisão satisfatória. Em experimentos com fertilizantes a análise econômica dos resultados é efetuada facilmente. Os 16 tipos foram desenvolvidos a partir do (1/2)(4x4x4) em blocos de dezesseis unidades com ortogonalidade e sem covariâncias. Apesar da existência de covariâncias entre os fatores somente algumas delas são grandes. O uso do fatorial 4x4x4x4 completo é normalmente desaconselhável; a redução de 256 tratamentos para 32 em dois blocos é altamente desejável. Se o modelo quadrático for escolhido, e se não se considerarem as interações com o quarto fator no modelo, as demais covariâncias são bastante reduzidas.

Palavras-chave: método estatístico, delineamento experimental, experimento fatorial fracionado.

[1]Pesquisador Científico VI, aposentado, Instituto Agronômico - Campinas, SP, Brasil.
[2]Pesquisador Científico IV, Centro de Pesquisa e Desenvolvimento de Solos e Recursos Ambientais, Instituto Agronômico, Campinas, SP, Brasil. Email: ambrosio@iac.sp.gov.br.

ABSTRACT

FACTORIAL DESIGN (1/8)(4X4X4X4) IN BLOCKS OF SIXTEEN UNITS

The complete factorial and fractional factorial experiments are used broadly in several areas of sciences. The use of three or more levels in the factorials is common in agronomic research, mainly in fertilizer studies. This paper presents 16 types of fractional factorial (1/8) (4^4), with 32 treatments, in blocks of sixteen units, allowing the balance of each level of a factor with the levels of the other factors inside each block. In spite of the existence of covariance between factors, the coefficients of the models are estimated in an appropriate way, with satisfactory precision. In fertilizer experiments the economic analysis of the results is easily done. The 16 types were developed starting from a (1/2) (4x4x4) in blocks of sixteen units with orthogonality and without covariances. In spite of the covariances existent among the factors only some of them are large. The use of the complete factorial 4x4x4x4 is usually impedictive; the reduction of 256 treatments to 32 in two blocks is highly desirable. If the quadratic model was chosen, and if not consider in the model the interactions with the fourth factor, the remaining covariances are substantially reduced.

Keywords: statistical method; design of experiment; fractional factorial experiments.

INTRODUÇÃO

Uma questão básica do planejamento de pesquisas em diferentes áreas do conhecimento (agronômica, biológica, laboratorial, tecnológica e outras) é a escolha do delineamento experimental, ou seja, a forma como os tratamentos serão designados às unidades experimentais. O delineamento apresentado neste trabalho, contém duas características importantes, a primeira é o uso de blocos e a segunda o uso de esquema fatorial fracionado para os tratamentos.

O uso de blocos se justifica porque os experimentos, normalmente, apresentam variabilidade devida a várias causas tais como diferenças de fertilidade, composição genética, idade dos indivíduos, erros de medição e pesagem, composição do material, etc, que contribuem para o aumento do erro experimental. O uso do delineamento em blocos ao acaso visa a reduzir essas variações. Normalmente, blocos menores (com menor número de tratamentos) atuam de forma positiva na redução do erro experimental.

Os experimentos fatoriais fracionados são utilizados quando cresce a quantidade de fatores e de seus níveis. Experimentos fatoriais com doses crescentes, cuidadosamente escolhidas, possibilitam a avaliação dos componentes lineares, quadráticos, interações etc. O experimento fatorial completo compreende todas as combinações possíveis dos fatores e de seus respectivos níveis. Um fatorial completo 3x3x3 utiliza 27 tratamentos com diferentes combinações, um fatorial completo 4x4x4 tem 64 tratamentos e um fatorial completo 4x4x4x4 apresenta 256 tratamentos. A quantidade de tratamentos dos fatoriais completos, com muitos fatores e níveis, torna tais experimentos praticamente inexequíveis na prática.

São importantes para os pesquisadores das áreas aplicadas, os estudos teóricos de delineamentos com esquemas fatoriais fracionados com ênfase na redução do número de tratamentos, mantendo as combinações de tratamentos balanceadas e mais eficientes. Assim, Andrade & Noleto (1986) produziram o (1/2) (4x4x4) em blocos de 16 unidades e o (1/4) (4x4x4x4) com 64 tratamentos em vez de 256. Recentemente, Conagin, Nagai & Igue (1997) criaram o (1/2) (4x4x4) em 4 blocos de oito tratamentos.

O presente trabalho apresenta 16 combinações diferentes de tratamentos (entre outras possíveis) para o delineamento no esquema fatorial fracionado do tipo (1/8) (4x4x4x4) com 32 tratamentos, em 2 blocos de 16 unidades. O delineamento apresenta covariâncias entre os fatores; mesmo assim, com o auxílio de programas computacionais estatísticos, SAS (1990 e 1999) e MINITAB (2000), como mostram Pimentel-Gomes & Garcia (2002) pode-se estimar de forma satisfatória o modelo polinomial quadrático. Em experimentos com fertilizantes (com alto custo dos nutrientes), por exemplo, é possível efetuar a análise econômica e determinar a adubação ótima que proporciona o máximo retorno econômico, Pimentel-Gomes (2000).

MATERIAL E MÉTODOS

A partir dos dois tipos de delineamentos (1/2) (4x4x4) em blocos de 16 unidades de Andrade & Noleto (1986), adicionou-se um quarto fator de tal forma que seus níveis do quarto fator fossem balanceados para os outros níveis dos outros três fatores. É ainda possível obter-se a partir dos esquemas 3, 4 de John (1971) e 5 e 6 de Conagin *et al.* (1997) outros tipos de combinações de tratamentos do fatorial fracionado (1/8)($4^{4)}$. Entretanto, preferiu-se apresentar apenas 16 tipos, baseados no esquema de Andrade & Noleto (1986) porque, logicamente, possibilitam diminuir a grandeza das covariâncias entre fatores no caso do modelo polinomial quadrático normalmente adotado.

Para exemplificar e comprovar a eficiência do delineamento (1/8) (4^4) em blocos de 16 unidades, foi feita a análise de um experimento, baseado no tipo (1) de combinação de tratamentos, apresentado na Tabela 1. Os dados experimentais foram obtidos por simulação, em que a média M = 4000, e os coeficientes lineares são positivos e os quadráticos e interações são negativos; o efeito de blocos é pequeno e o erro experimental obtido pela função "rannor" do SAS de forma a proporcionar coeficiente de variação próximo a 10%. Utilizaram-se os coeficientes polinomiais para avaliar os problemas estruturais do delineamento e a grandeza das covariâncias.

Na análise da variância e no estudo dos componentes do modelo, principalmente quando se utiliza o delineamento com repetições dos tratamentos (duas repetições do delineamento dos tipos apresentados) deve-se preferir o procedimento GLM do SAS em vez do procedimento REG, porque nesses casos a estimativa do resíduo é apropriada. Pelo procedimento GLM do SAS se passa a considerar na análise o efeito das repetições do delineamento (Pimentel-Gomes & Garcia, 2002). No caso apresentado o procedimento REG proporciona a análise correta, idêntica ao do procedimento GLM, pois não existe repetição de tratamentos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela 1 apresenta 16 tipos de combinações dos tratamentos do delineamento (1/8) (4x4x4x4) em dois blocos de 16 unidades.

Para utilização de um dos 16 tipos devem-se alocar, por sorteio ao acaso, os dezesseis tratamentos pertencentes a cada um dos dois blocos. A escolha de um dos 16 tipos de combinações também deve ser obtida por sorteio.

Todos os tipos apresentados (Tabela 1) possibilitam a análise de regressão múltipla e a análise econômica dos resultados.

Tabela 1. Tipos de combinações de tratamentos do delineamento (1/8)(4x4x4x4) em dois blocos de 16 unidades.

	Tipos de combinações de tratamentos e níveis dos fatores							
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
	1114	2221	3332	4443	1124	2231	3342	4413
	2344	3411	4122	1233	2334	3441	4112	1223
	3424	4131	1242	2313	3444	4111	1222	2333
	4234	1341	2412	3123	4214	1321	2432	3143
BLOCO 1	1223	2334	3441	4112	1243	314	3421	4132
	2433	3144	4211	1322	2413	3124	4231	1342
	3313	4424	1131	2242	3323	4434	1141	2212
	4143	1214	2321	3432	4133	1244	2311	3422
	1332	2443	3114	4221	1312	2423	3134	4241
	2122	3233	4344	1411	2142	3213	4324	1431
	3242	4313	1424	2131	3232	4343	1414	2121
	4412	1123	2234	3341	4422	1133	2244	3311
	1441	2112	3223	4334	1431	2142	3213	4324
	2211	3322	4433	1144	2221	3332	4443	1114
	3131	4242	1313	2424	3111	4222	1333	2444
	4321	1432	2143	3214	4341	1412	2123	3234
	1144	2211	3322	4433	1134	2241	3312	4423
	2314	3421	4132	1243	2324	3431	4142	1213
	3434	4141	1212	2323	3414	4121	1232	2343
	4224	1331	2442	3113	4244	1311	2422	3133
BLOCO 2	1233	2344	3411	4122	1213	2324	3431	4142
	2423	3134	4241	1312	2443	3114	4221	1332
	3343	4414	1121	2232	3333	4444	1111	2222
	4113	1224	2331	3442	4123	1234	2341	3412
	1322	2433	3144	4211	1342	2413	3124	4231
	2132	3243	4314	1421	2112	3223	4334	1441
	3212	4323	1434	2141	3222	4333	1444	2111
	4442	1113	2224	3331	4432	1143	2214	3321
	1411	2122	3233	4344	1421	2132	3243	4314
	2241	3312	4423	1134	2231	3342	4413	1124
	3121	4232	1343	2414	3141	4212	1323	2434
	4331	1442	2113	3224	4311	1422	2133	3244

continua...

Tabela 1. (Continuação) Tipos de combinações de tratamentos do delineamento (1/8)(4x4x4x4) em dois blocos de 16 unidades.

	Tipos de combinações de tratamentos e níveis dos fatores							
	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)
BLOCO 1	1114	2221	3332	4443	1124	2231	3342	4413
	2342	3413	4124	1231	2332	3443	4114	1221
	3423	4134	1241	2312	3443	4114	1221	2332
	4231	1342	2413	3124	4211	1322	2433	3144
	1222	2333	3444	4111	1242	2313	3424	4131
	2434	3141	4212	1323	2414	3121	4232	1343
	3311	4422	1133	2244	3321	4432	1143	2214
	4143	1214	2321	3432	4133	1244	2311	3422
	1333	2444	3111	4222	1313	2424	3131	4242
	2121	3232	4343	1414	2141	3212	4323	1434
	3244	4311	1422	2133	3234	4341	1412	2123
	4412	1123	2234	3341	4422	1133	2244	3311
	1441	2112	3223	4334	1431	2142	3213	4324
	2213	3324	4431	1142	2223	3334	4441	1112
	3132	4243	1314	2421	3112	4223	1334	2441
	4324	1431	2142	3213	4344	1411	2122	3233
BLOCO 2	1144	2211	3322	4433	1134	2241	3312	4423
	2312	3423	4134	1241	2322	3433	4144	1211
	3433	4144	1211	2322	3413	4124	1231	2342
	4221	1332	2443	3114	4241	1312	2423	3134
	1232	2343	3414	4121	1212	2323	3434	4141
	2424	3131	4242	1313	2444	3111	4222	1333
	3341	4412	1123	2234	3331	4442	1113	2224
	4113	1224	2331	3442	4123	1234	2341	3412
	1323	2434	3141	4212	1343	2414	3121	4232
	2131	3242	4313	1424	2111	3222	4333	1444
	3214	4321	1432	2143	3224	4331	1442	2113
	4442	1113	2224	3331	4432	1143	2214	3321
	1411	2122	3233	4344	1421	2132	3243	4314
	2243	3314	4421	1132	2233	3344	4411	1122
	3122	4233	1344	2411	3142	4213	1324	2431
	4334	1441	2112	3223	4314	1421	2132	3243

O modelo estatístico adotado é o seguinte:

$$Y = M + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_{11} X_{11} + \beta_{22} X_{22} + \beta_{33} X_{33} + +\beta_{44} X_{44} +$$
$$\beta_{12} X_{12} + \beta_{13} X_{13} + \beta_{14} X_{14} + \beta_{23} X_{23} + \beta_{24} X_{24} + \beta_{34} X_{34} + \beta_b X_b + \varepsilon$$

Por exemplo, no caso de pesquisa de fertilizante pode-se adotar os fatores nitrogênio (N), fósforo (P), potássio (K) e calcário (Ca), para X_1, X_2, X_3 e X_4, respectivamente. Então, os coeficientes de regressão β_1, β_2, β_3 e β_4 representam os efeitos lineares dos fatores N, P, K e Ca. Os coeficientes de regressão β_{11}, β_{22}, β_{33} e β_{44} representam os efeitos quadráticos dos fatores. Os coeficientes de regressão β_{12}, β_{13}, β_{14}, β_{23}, β_{24} e β_{34} representam os efeitos das interações entre os fatores e β_b o efeito de blocos.

Na análise de regressão os coeficientes polinomiais para os efeitos lineares são: -1,5 para o nível 1, -0,5 para o 2, 0,5 para o 3 e 1,5 para 4, com λ =1. Os coeficientes para os efeitos quadráticos são: 1 para o nível 1, -1 para o nível 2, -1 para o 3 e 1 para o nível 4. Aqui também λ_2 =1. Os coeficientes das interações são obtidos pelo produto dos coeficientes dos níveis dos fatores respectivos. O coeficiente para o primeiro bloco é -0,5 e para o segundo é 0,5.

Os coeficientes polinomiais usados no ajuste do modelo polinomial quadrático, para os dois primeiros tratamentos (1114 e 2344) encontram-se na Tabela 2, tomando-se como exemplo o tipo (1) de combinação de tratamentos.

Tabela 2. Relação dos coeficientes dos fatores, para dois tratamentos, do tipo (1) de combinação de tratamentos.

Tratamentos	**Coeficientes dos fatores**														
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_{11}	b_{22}	b_{33}	b_{44}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{23}	b_{24}	b_{34}	b
1114	-1,5	-1,5	-1,5	1,5	1	1	1	1	2,25	2,25	-2,25	2,25	-2,25	-2,25	-0,5
2344	-0,5	0,5	1,5	1,5	-1	-1	1	1	-0,25	-0,75	-0,75	0,75	0,75	2,25	-0,5

As estimativas dos coeficientes de regressão (β) são obtidas pelo método dos quadrados mínimos, $\beta = (X'X)^{-1}(X'Y_0)$ em que **X** é a matriz dos coeficientes e (**X'Y**$_0$) a matriz produto da matriz **X'** pela coluna **Y**$_0$ (dos valores observados). A matriz das covariâncias correspondente ao tipo (1), é mostrada na Tabela 3.

A Tabela 4 apresenta os valores observados (Y_O) e esperados (Y_E). Os valores esperados (Y_E) foram estimados a partir do modelo matemático, utilizando as estimativas dos parâmetros, obtidas na análise do experimento. A Análise da Variância dos dados da Tabela 4 constam da Tabela 5.

O modelo estimado utilizou os componentes dos polinômios lineares e quadráticos para possibilitar uma análise estrutural mais completa do delineamento. Na prática, em vez de usar polinômios pode-se usar diretamente os níveis dos fatores ou a grandeza das dosagens

Tabela 3. Matriz das covariâncias correspondente ao tipo (1), os valores são expressos em unidades inteiras.

	Variáveis															
	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_{11}	X_{22}	X_{33}	X_{44}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{23}	X_{24}	X_{34}	X_b
X	4457	35	23	-5	14	371	25	82	21	25	-7	22	19	102	89	-61
X	35	4169	74	81	34	2318	255	1533	35	277	84	279	72	2523	269	543
X	23	74	3784	1	151	523	43	180	23	646	12	1000	14	26	77	95
X	5	81	1	3564	11	193	29	202	5	32	10	35	2	348	11	56
X	14	34	151	11	3784	177	8	75	14	1039	4	681	52	150	138	1
X	371	2318	522	193	177	12635	1209	5778	371	1246	335	1286	93	9107	257	2449
X	25	255	43	29	8	1209	4562	640	25	131	35	139	31	1036	56	245
X	82	1533	180	202	75	5778	640	8240	82	692	206	708	115	6268	467	1939
X	21	35	23	5	14	371	25	82	4457	25	7	22	19	102	89	61
X	25	277	646	32	1039	1246	131	692	25	5348	38	3589	14	1124	7	261
X	-7	84	-12	10	4	335	35	205	-7	38	2851	37	18	334	66	77
X	21	279	1000	35	681	1286	139	708	22	3589	37	5367	57	1154	142	260
X	19	72	14	2	52	93	31	115	19	14	18	57	3173	161	1039	60
X_{24}	102	2523	265	348	150	9106	1036	6268	102	1124	334	1155	161	10384	638	2152
X_{34}	89	269	77	11	138	257	56	467	89	-7	66	142	1039	638	3276	-297
X_b	-61	543	-95	56	1	2449	245	1339	61	261	77	260	68	2152	-297	18271

utilizadas.

A Tabela 6 apresenta a estimativa dos parâmetros e a prova de significância deles pelo teste t de Student.

O modelo estimado completo é:

Tabela 4. Valores observados (Y_O) e esperados (Y_E).

(Y_O)	(Y_E)	(Y_O)	(Y_E)	(Y_O)	(Y_E)	(Y_O)	(Y_E)
2118	2183	3848	4094	3779	3299	4282	3840
4778	4878	3387	3265	3775	4200	3230	3553
4159	3890	4684	4469	4176	4409	4678	4379
4007	4176	3318	3773	4657	4337	3955	3776
3775	3616	3657	3616	3403	4069	2539	2614
4623	4597	3214	3315	4734	4454	4042	4002
4761	4345	3827	3925	4519	4728	4084	3992
3706	3774	4668	4615	3956	4128	4638	4667

$Y_E = 3979,64 + 239,12\ X_1 + 199,49\ X_2 + 147,24\ X_3 + 110,65\ X_4 - 147,10X_{11} - 258,26\ X_{22} - 109,85\ X_{33} - 74,04\ X_{44} - 209,48\ X_{12} - 137,17\ X_{13} - 185,51X_{14} + 19,14\ X_{23} + 46,07\ X_{24} + 8,29\ X_{34} + 105,23\ X_b$.

Com o procedimento RSREG do SAS 1990, para X_1, X_2, X_3, X_4, e Y_0, obteve-se o valor previsível do ponto estacionário igual a 5124,33. O ponto estacionário é de máximo, como indicado pelos valores negativos dos autovalores (Tabela 7).

Tabela 5. Análise da Variância dos dados da Tabela 4.

Causas da Variação	GL	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F	Pr > F
Modelo	15	10929342,8	728622,9	5,13	0,0012
Erro	16	2271324,2	141957,8	---	
Total	31	13200667,0			
Desvio Padrão = 376,77 R^2 = 0,8279		Média Geral = 3968,03 $R^2_{ajustado}$ = 0,6666	Coeficiente de variação = 9,50%		

Tabela 6. Estimativa dos parâmetros e teste de significância de Student.

Variável	GL	Estimativa do Parâmtero	Erro Padrão	t para H_0:	Pr > | t |
Intercepto	1	3979,64	66,76	59,61	0,0001
X_1	1	239,12	64,57	3,70	0,0019
X_2	1	199,49	61,52	3,24	0,0051
X_3	1	147,24	59,70	2,47	0,0253
X_4	1	110,65	61,51	1,80	0,0909
X_{11}	1	-147,10	112,41	-1,31	0,2091
X_{22}	1	-258,26	67,54	-3,82	0,0015
X_{33}	1	-109,85	90,77	-1,21	0,2438
X_{44}	1	-74,04	66,76	-1,11	0,2838
X_{12}	1	-209,48	73,13	-2,86	0,0112
X_{13}	1	-137,17	53,39	-2,57	0,0206
X_{14}	1	-185,51	73,26	-2,53	0,0222
X_{23}	1	19,14	56,33	0,34	0,7385
X_{24}	1	46,07	101,90	0,45	0,6573
X_{34}	1	8,29	57,23	0,15	0,8866
X_b	1	105,23	135,17	0,78	0,4477

Os sinais dos autovalores indicam a natureza da superfície de resposta. Se todos os autovalores forem negativos, tem-se ponto de máximo; se todos forem positivos, ponto de mínimo, e, se um ou mais dos autovalores forem positivos e os demais negativos há ponto de sela. Uma discussão sobre estas propriedades e uma análise econômica em caso de pontos de sela é discutida com detalhes em Pimentel-Gomes, 2000.

Só foram apresentados 16 tipos básicos de combinações de tratamentos, podendo-se obter outros a partir dos 6 conjuntos de Conagin *et al.* (1997) e outros mais por permutação dos níveis dos fatores.

Tabela 7. Autovalores (*eigenvalues*) e autovetores (*eigenvectors*).

Autovalores	Autovetores			
	X_1	X_2	X_3	X_4
-96,93	-0,345	-0,063	0,223	0,910
-302,64	-0,420	0,547	0,665	-0,285
-522,17	0,333	-0,632	0,693	-0,087
-999,19	0,770	0,595	0,162	0,290

Esses delineamentos podem ser analisados de forma bastante completa pelo MINITAB, SAS e SANEST. No exemplo, alguns coeficientes do modelo não foram significativos. Assim, os fatores X_{11}, X_{33} , X_{44} , X_{23} X_{24} , X_{34} e X_b podem ser considerados de menor importância. No caso dos experimentos de adubação, com objetivo de efetuar a análise econômica, há pesquisadores que preferem fazer a análise econômica utilizando o modelo completo. Apesar das covariâncias existentes entre os fatores (algumas importantes) a estrutura do delineamento possibilita bem avaliar e por em prova a significância dos coeficientes. Cada nível de cada fator está presente em 8 tratamentos diferentes. O teste de significância do modelo é posto em prova com um resíduo com 16 graus de liberdade.

CONCLUSÕES

1) Os delineamentos propostos possibilitam o estudo de 4 fatores em 4 níveis, utilizando 32 tratamentos em blocos de 16 tratamentos.

2) Cada nível de cada fator está presente em 8 tratamentos e está balanceado para os níveis dos outros fatores.

3) Cada coeficiente do modelo é posto em prova com um resíduo com 16 graus de liberdade pelo teste t, com precisão satisfatória.

4) Os tipos apresentados são obtidos a partir de 2 tipos básicos de (1/2)(4x4x4) apresentado por Andrade & Noleto (1986), cujo delineamento é ortogonal, não existindo covariâncias, o que reduz as covariâncias no (1/8)(4x4x4x4).

5) O uso do fatorial completo 4x4x4x4 é praticamente impossível. Os delineamentos apresentados, reduzem o tamanho do delineamento de 256 tratamentos para 32, bem mais exequível, de menor custo e fácil de realizar.

6) Se as interações com o quarto fator, não forem incluídas no modelo, e ainda, se todas as interações não forem consideradas, as covariâncias ficam sensivelmente reduzidas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, D.F. & NOLETO, A., 1986. Exemplos de Fatoriais Racionados (1/2) 4^3 para Ajuste de Modelos Polinomiais Quadráticos. **Pesq. Agrop. Bras., 21**(6):677-680.

COHRAN, W.G. ;COX, G..M., 1957. **Experimental Designs.** 2.ed. New York, John Wiley, 565p.

CONAGIN, A.; JORGE, J.P.N., 1982. Delineamentos 1/5(5x5x5) em Blocos. **Bragantia, 41**:156-168.

CONAGIN, A. NAGAI, V. & IGUE, T., 1997. Delineamento(1/2)(4x4x4) em Blocos de Oito Unidades. Instituto Agronômico, Campinas. **Boletim Científico,** 36.

FISHER, R.; YATES, F. 1953. **Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research.** 4.ed. Edinburgh, Oliver and Boyd.

JOHN, F.N.M., 1971. **Statistical Designs an Analysis of Experiments.** New York, 356p.

MINITAB, 2000. **User's Guide 2: Data Analysis and Quality Tools Release 13 for Windows.** Minitab Inc. USA.

PIMENTEL-GOMES, F., 2000. **Curso de Estatística Experimental.** 14.ed., ESALQ/USP, Piracicaba, 477p.

PIMENTEL-GOMES, F.; CONAGIN, A., 1991. Experimentos de Adubação. Planejamento e Análise Estatística. In OLIVEIRA, A.J.; GARRIDO, W.E.; ARAUJO, J.D. & LOURENÇO, S., Coord.. **Métodos de Pesquisas em Fertilidade do Solo.** Brasília, Embrapa-Sea, 392p.

PIMENTEL-GOMES, F.; HENRIQUE GARCIA, C., 2002. **Estatística Aplicada a Experimentos Agronômicos e Florestais** (Com Uso de Programas SAS e SANEST). Biblioteca de Ciências Agrárias "Luiz de Queiroz",- Vol. 11, FEALQ, 309p.

SAS INSTITUTE, 1990. **SAS/STAT User's Guide: Statisties.** Release 6.04. Cary, N.C., USA. SAS Institute, 1686p.